

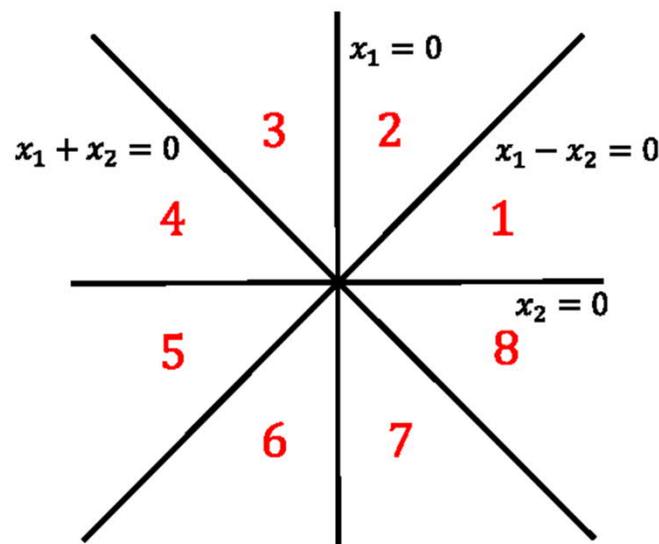


超平面配置の組合せ論

名古屋工業大学 工学専攻
情報工学系プログラム
准教授 中島 規博

組合せ論 (数え上げの研究)

- 対象となるものの性質を利用して数え上げる.
- 数え上げ対象を別のものと対応させて数え上げる.
- 他の理論との関係を調べる.



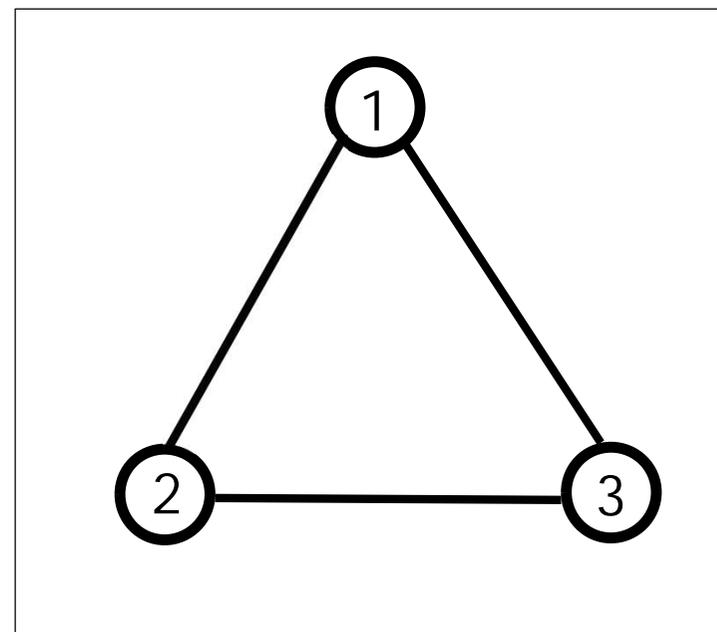
グラフの彩色多項式

グラフ G の頂点を, 隣接する(辺でつながれた)頂点が同じ色にならないように最大 q 色を使って彩色するとき, 彩色の仕方が $\chi_G(q)$ 通りあるとする. このとき $\chi_G(q)$ をグラフ G の彩色多項式という.

右のグラフの場合は

$$\chi_G(q) = q(q-1)(q-2)$$

である.



超平面配置の特性多項式

$x_1 x_2 x_3$ 空間内の格子点 (a, b, c) の中で

1. $0 \leq a \leq q - 1,$
2. $0 \leq b \leq q - 1,$
3. $0 \leq c \leq q - 1,$
4. (a, b, c) は平面 $x_1 = x_2, x_2 = x_3, x_1 = x_3$ のいずれにも含まれない.

をみたす点 (a, b, c) の数 $\chi(q)$ は

$$\chi(q) = q(q - 1)(q - 2)$$

である.

* 格子点とは成分がすべて整数の点である.

条件をみたす格子点 (a, b, c) を a, b, c の順に決めていく.

a の取り方は $0 \leq a \leq q - 1$ であるような整数をとれるので q 通り.

b は $0 \leq b \leq q - 1$ であり, 平面 $x_1 = x_2$ に含まれないから $a \neq b$ であるように取る. b の取り方は $(q - 1)$ 通り.

c は $0 \leq c \leq q - 1$ であり, 平面 $x_2 = x_3, x_1 = x_3$ に含まれないから $b \neq c, a \neq c$ であるように取る. c の取り方は $(q - 2)$ 通り.

グラフの彩色多項式とグラフ配置の特性多項式は同じである

超平面配置の特性準多項式

n 次元空間内の $(n - 1)$ アフィン部分空間の有限集合 A を超平面配置という。定義方程式が整数係数であるような超平面配置 A に対して、正整数 q を法として考えた空間における A の補集合 $M_A(q)$ の点の数は準多項式になることが知られている。

定理 定義方程式が整数係数であるような超平面配置 A に対して、ある正整数 ρ と整数係数の多項式 $\chi_1(t), \chi_2(t), \dots, \chi_\rho(t)$ が存在して

$$|M_A(q)| = \chi_i(q) \quad q \equiv i \pmod{\rho}, \quad (i = 1, 2, \dots, \rho)$$

である。

上の定理の $|M_A(q)|$ を超平面配置 A の特性準多項式という。

本技術に関する情報

試作品の状況

未定

※提供の際は諸手続が必要となるため、下記問合せ先までご連絡願います。

研究フェーズ



文献・特許の情報

- H. Kamiya, A. Takemura, and H. Terao. Periodicity of hyperplane arrangements with integral coefficients modulo positive integers. *J. Algebr. Comb.*, 27 (3), 317–330, (2008).
- H. Kamiya, A. Takemura, and H. Terao. Periodicity of non-Central integral arrangements modulo positive integers. *Ann. Comb.*, 15 (3), 449–464, (2011).
- A. Higashitani, T. N. Tran, and M. Yoshinaga. Period collapse in characteristic quasi-polynomials of hyperplane arrangements. Preprint. arXiv:2105.02367
- Y. Mori and N. Nakashima. Characteristic quasi-polynomials for deformations of Coxeter arrangements of types A, B, C, and D. Preprint. arXiv:2208.00735

【お問合せ】

名古屋工業大学 産学官金連携機構

〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町字木市29番

TEL:052-735-5627

E-mail: nitfair@adm.nitech.ac.jp

URL: <https://technofair.web.nitech.ac.jp/>